UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
Centro de Ciências Exatas, Naturais e da Saúde

Disciplina: ***Matemática Básica II*** **Prof°.** ***Victor Martins***

Lista 5: Cônicas

(1) Determine a equação da elipse:

(a) de excentricidade $\frac{2}{3}$ cujos focos são $F = (4, 0)$ e $F_1 = (-4, 0)$.

(b) de focos $F = (0, 3)$ e $F_1 = (0, -3)$ com semi-eixo maior sendo 5.

(c) de eixo maior medindo 12 e os focos são $F_1 = (1, 2)$ e $F = (4, 1)$.

(2) Os focos F e F_1 de uma elipse estão no eixo dos x e são simétricos em relação à origem. Acha, em cada um dos casos abaixo, a equação da elipse e construir um esboço da curva.

(a) o comprimento do eixo maior é 12 e a distância focal é 10.

(b) o comprimento do eixo maior é 8 e o comprimento do eixo menor é 4.

(c) o comprimento do eixo menor é 6 e a excentricidade é $\frac{2}{5}$.

(d) a elipse passa pelo ponto $A = (2, 3)$ e sua excentricidade é $\frac{1}{2}$.

(3) Os focos F e F_1 de um elipse estão no eixo dos y e sao simétricos em relação à origem. Determine a equação da elipse em cada um dos casos abaixo e faça um esboço da curva.

(a) a elipse passa pelo ponto $A = \left(1, \dfrac{10\sqrt{2}}{3}\right)$ e sua distância focal é 8.

(b) a elipse passa pelos pontos $A = (\sqrt{15}, 2)$ e $B = (-2\sqrt{3}, 4)$.

(4) Determine, em cada caso, os comprimentos a e b dos semi-eixos, a semi-distância focal c, a excentricidade e as coordenadas dos focos da elipse de equação dada. Construa um esboço da curva.

(a) $x^2 + 4y^2 = 100$

(b) $4x^2 + y^2 = 100$

(c) $x^2 + 5y^2 = 15$

(d) $4x^2 + 9y^2 = 25$

(5) Determinar a equação da elipse cujos focos são $F = (0, 0)$ e $F_1 = (4, 4)$ e cujo eixo maior mede 8. Calcular a excentricidade dessa elipse e achar os vértices A e A_1 situados no eixo maior.

(6) Esboce no plano cartesiano as hipérboles de equações

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1 \qquad \text{e} \qquad \frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1.$$

(7) Uma hipérbole é **equilátera** quando seus dois eixos têm o mesmo comprimento, isto é, $a = b$. Sabe-se que uma hipérbole equilátera tem seus focos no eixo dos y, simétricos em relação à origem, e admitamos que $M = (3, 5)$ seja ponto da hipérbole. Determine a equação da hipérbole.

(8) Em cada um dos casos abaixo, achar a equação da hipérbole que satisfaz as condições dadas.

(a) os focos são $F = (3, 0)$ e $F_1 = (-3, 0)$ e um vértice é $A = (1, 0)$.

(b) os focos são $F = (0, 6)$ e $F_1 = (0, -6)$ e a excentricidade é $\frac{3}{2}$.

(c) os focos estão no eixo dos x, dispostos simetricamente em relação à origem, e os semi-eixos são $a = 8$ e $b = 3$.

(9) Achar os focos da hipérbole cuja equação é

$$16x^2 - 9y^2 + 576 = 0.$$

Calcular a excentricidade dessa hipérbole e construir um esboço da curva.

(10) Uma hipérbole tem os mesmos focos que a elipse

$$51x^2 + 100y^2 = 5100,$$

e sua excentricidade é $\frac{7}{4}$. Achar a equação da hipérbole.

(11) Determine o foco e a diretriz da parábola $y^2 = -4x$.

(12) Determine a equação da parábola:

(a) cujo foco é $F = (-1, 0)$ e cuja diretriz é a reta $x - 1 = 0$.

(b) cujo foco é $F = (2, 3)$ e a diretriz é a reta $r : x - y - 3 = 0$.

(13) Em cada caso, achar as coordenadas do foco F e a equação da diretriz r da parábola dada:

(a) $y^2 = 8x$

(b) $y^2 = -3x$

(c) $x^2 = 4y$

(d) $5x^2 + 8y = 0$

(14) Para cada valor de k, distinto de 0, a equação

$$y^2 = 2kx$$

representa uma parábola. Essa equação representa, pois, uma família de parábolas. Pede-se:

(a) achar a parábola da família que passa pelo ponto $M = (2, \sqrt{5})$;

(b) achar a curva da família cujo foco é o ponto $F = (-3, 0)$;

(c) achar a parábola da família cuja diretriz é a reta $x + 7 = 0$.

(15) Achar os pontos onde a parábola $y^2 = 3x$ corta a hipérbole $x^2 - 4y^2 + 20 = 0$. Construir um esboço das duas curvas.