



Avaliação 2 - 25/05/2026 - Nome: _____

Questão 1: Considere a base $\mathcal{B} = \{(2, 1), (3, 1)\}$ do \mathbb{R}^2 como \mathbb{R} -espaço vetorial. Determine a base dual de \mathcal{B} .

Questão 2: Seja $P_n(\mathbb{R})$ os espaços dos polinômios com coeficientes em \mathbb{R} e grau até n em uma variável. Mostre que as seguintes aplicações pertencem a $(P_n(\mathbb{R}))^*$:

- (a) $f_i(p(t)) = a_i$ para todo $i = 0, 1, \dots, n$, se $p(t) \in P_n(\mathbb{R})$ for dado por $p(t) = a_0 + a_1t + \dots + a_nt^n$;
- (b) $g(p(t)) = \int_0^1 p(t)dt$, para todo $p(t) \in P_n(\mathbb{R})$.

Questão 3: Considere o espaço $P_1(\mathbb{R})$. Sejam $f_1 : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$ e $f_2 : P_1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$ dadas por $f_1(p(t)) = \int_0^1 p(t)dt$ e $f_2(p(t)) = \int_0^2 p(t)dt$. Mostre que $B^* = \{f_1, f_2\}$ é uma base de $(P_1(\mathbb{R}))^*$. Ache a base \mathcal{B} de $P_1(\mathbb{R})$ da qual B^* é dual.

Questão 4: Seja $S = \{(2, -2, 3, 4, -1), (-1, 1, 2, 5, 2), (0, 0, -1, -2, 3), (1, -1, 2, 3, 0)\}$ um subconjunto do \mathbb{R}^5 . Obtenha o anulador de $\langle S \rangle$.

Questão 5: Sejam W_1 e W_2 subespaços de um \mathbb{K} -espaço vetorial V de dimensão finita. Mostre que $(W_1 + W_2)^0 = W_1^0 \cap W_2^0$.

Questão 6: Considere $V = P(\mathbb{R})$. Sejam $a, b \in \mathbb{R}$ e $f \in V^*$ definida por

$$f(p) = \int_a^b p(x)dx.$$

Se $D \in \mathcal{L}(V, V)$ é o operador derivação, determine $D^t(f)$.

“A beleza da matemática só se mostra a seguidores mais pacientes.”

Maryam Mirzakhani