



Avaliação 4 - 13/07/2026 - Nome: _____

Questão 1: Considere a aplicação $\langle x, y \rangle = xAy^t$, com $x, y \in \mathbb{R}^3$ e

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & k \end{pmatrix}.$$

Determine todos os valores de k para os quais essa aplicação define um produto interno em $\mathbb{R}^3$. Quando isso ocorrer, determine:

- (a) a norma de $u = (1, -1, 2)$;
- (b) um vetor não nulo ortogonal a u .

Questão 2: Considere

$$v_1 = (1, 1, 0), \quad v_2 = (1, 0, 1), \quad v_3 = (0, 1, 1).$$

- (a) Aplique o processo de Gram-Schmidt.
- (b) Normalize os vetores obtidos.
- (c) Escreva $w = (2, 3, 1)$ na base ortonormal encontrada.

Questão 3: Sejam u, v vetores não nulos de um espaço com produto interno. Mostre que

$$\|u + v\| = \|u - v\|$$

se, e somente se, $u \perp v$. Depois, explique geometricamente por que esse resultado faz sentido.

Questão 4: Considere $W = \langle (1, 1, 1), (1, -1, 0) \rangle \subset \mathbb{R}^3$.

- (a) Determine uma base para $W^\perp$.
- (b) Escreva $v = (1, 2, 0)$ na forma $v = w + z$, com $w \in W$ e $z \in W^\perp$.

Questão 5: Considere um espaço euclidiano E . Uma base ortonormal $\mathcal{B} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ é conhecida. Um aluno afirma:

“Conhecendo apenas os produtos internos $\langle v, v_i \rangle$, para $i = 1, \dots, n$, é possível reconstruir completamente qualquer vetor $v \in E$.”

Você concorda? Caso concorde, demonstre a afirmação. Caso discorde, apresente um contraexemplo.

Boas férias!!!