UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
Centro de Ciências Exatas, Naturais e da Saúde - CCENS
Disciplina: ***Análise Matemática***
Prof. ***Victor Martins***

Exame Final - 16/07/2019

(Questões sem justificativas não serão consideradas, portanto apresente as justificativas para cada solução.)

Nome:____Matrícula:__________

Questão 1: *(1,5 pontos)*

(a) Enuncie o Postulado de Dedekind;

(b) Determine o supremo e ínfimo (caso existam) de $X = \{a^n : \ n \in \mathbb{N}^*\}$, com $a \in \mathbb{Q}$ e $0 < a < 1$.

Questão 2: *(2,0 pontos)*

(a) Enuncie os princípios de Indução Finita e da Boa Ordenação;

(b) Mostre que:

(b.1) $1 + n \leq 2n$, para todo inteiro $n \geq 0$

(b.2) $2^n < n!$, para todo $n \geq 4$, $n \in \mathbb{N}$.

Questão 3: *(2,5 pontos)*

(a) Defina conintuidade e continuidade uniforme de uma função f num ponto a de seu domínio;

(b) Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ contínua e B um conjunto aberto. Mostre que $f^{-1}(B)$ é aberto;

(c) Seja $f : (0, \infty) \to [-1, 1]$ dada por $f(x) = \operatorname{sen} \frac{1}{x}$. Mostre que f não é uniformemente contínua.

Questão 4: *(2,0 pontos)*

(a) Enuncie o Teorema da Convergência Monótona.

(b) Seja $(a_n)_{n\geq 1}$ uma sequência definida recursivamente por: $a_1 = 3$, $a_{n+1} = \dfrac{2 + a_n}{5}$.

(b.1) Mostre que $(a_n)_{n\geq 1}$ é decrescente;

(b.2) Mostre que $a_n \geq \frac{1}{10}$, para todo $n \geq 1$;

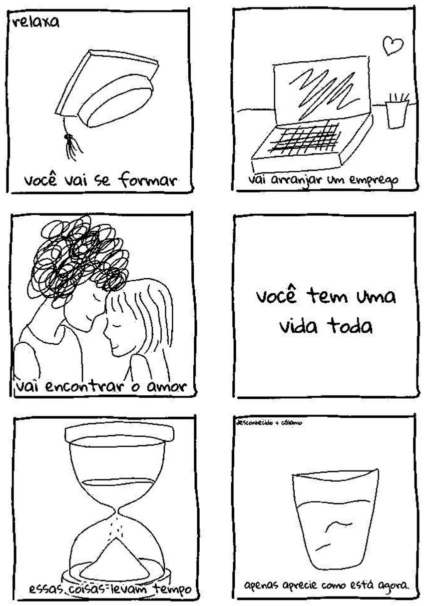
(b.3) Conclua que $(a_n)_{n\geq 1}$ é convergente e calcule seu limite.

Questão 5: *(2,0 pontos)*

(a) Defina ponto aderente e ponto de acumulação;

(b) Mostre que para todo conjunto $X \subset \mathbb{R}$, X' é um conjunto fechado;

(c) Mostre que o fecho de qualquer conjunto é um conjunto fechado.



BOA PROVA!