



Prova 2 - 10/07/2025

Nome: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_

**Instruções:** Justifique todas as respostas com argumentos, cálculos ou exemplos. Respostas sem justificativas não serão consideradas, mesmo que corretas.

**Questão 1:** (2,0 pontos) Considere os vetores  $v_1 = (1, 2, 3)$ ,  $v_2 = (2, 4, 6)$ ,  $v_3 = (0, 1, 0) \in \mathbb{R}^3$ . Para cada item: diga se é **Verdadeiro ou Falso** e justifique sua resposta.

- (a) ( ) O conjunto  $\{v_1, v_2, v_3\}$  é linearmente dependente.
- (b) ( )  $\langle v_1, v_2, v_3 \rangle = \mathbb{R}^3$ .
- (c) ( ) Existe um subconjunto de  $\{v_1, v_2, v_3\}$  que forma uma base de um subespaço de dimensão 2.
- (d) ( ) O vetor  $(1, 3, 3)$  pertence a  $\langle v_1, v_2, v_3 \rangle$ .

**Questão 2:** (2,0 pontos) Escolha **um** dos itens abaixo para resolver.

- (2.1) Dê um exemplo de um subespaço de  $\mathbb{R}^3$  de dimensão 2. Exiba uma base para ele.
- (2.2) Encontre um conjunto linearmente independente de 3 vetores em  $\mathbb{R}^4$ .
- (2.3) Mostre que o conjunto  $\{(1, 2, 3), (2, 5, 7), (3, 8, 11)\}$  é linearmente dependente.

**Questão 3:** (1,5 pontos) Seu colega tentou verificar se os vetores  $(1, 1, 1)$ ,  $(1, 0, -1)$ ,  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  são linearmente independentes em  $\mathbb{R}^3$ . Ele escreveu:

*“Como são três vetores em  $\mathbb{R}^3$ , e nenhum é nulo, eles são linearmente independentes. Logo, formam uma base.”*

**Pergunta:** O raciocínio do colega está correto? Justifique com cuidado, apontando os erros (se houverem) e apresentando a verificação correta.

**Questão 4:** (1,5 pontos) Dê um **exemplo** de um conjunto de três vetores linearmente **dependentes** em  $\mathbb{R}^4$ , tal que **nenhum dos vetores seja múltiplo escalar dos outros**. Explique por que o conjunto é linearmente dependente.

**Questão 5:** (3,0 pontos) Em um modelo simplificado de economia rural, três produtos básicos - arroz, feijão e milho - são produzidos em quantidades representadas por vetores da forma  $(a, f, m) \in \mathbb{R}^3$ , com  $a, f, m \geq 0$  representando toneladas.

Considere o conjunto de vetores:

- $p_1 = (1, 2, 0)$ : uma fazenda produz 1t de arroz, 2t de feijão, nenhum milho.
- $p_2 = (0, 1, 2)$ : outra produz 1t de feijão e 2t de milho.
- $p_3 = (2, 5, 4)$ : uma cooperativa que combina safras.

(a) Esses vetores são linearmente dependentes?

(b) O vetor  $v = (3, 7, 4)$  pode ser obtido como combinação linear dos vetores acima? Justifique.

(c) O que representa, nesse contexto, o “espaço gerado” pelos vetores  $p_1, p_2, p_3$ ?

**BOA PROVA!**