



Prova 3 - 25/08/2025

Nome: _____ Matrícula: _____

Questão 1: (2,0 pontos) Em cada item abaixo, verifique se a aplicação T dada é uma transformação linear.

- (a) $T : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$, dada por $T(x) = (x, 2x, -x)$.
- (b) $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, dada por $T(x, y, z) = (x, 2y, 0)$.

Questão 2: (2,0 pontos) Em cada item abaixo, verifique se a transformação linear T dada é injetora, sobrejetora e isomorfismo. Se T for um isomorfismo, determine T^{-1} .

- (a) $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, dada por $T(x, y) = (2x - y, x + y)$.
- (b) $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, dada por $T(x, y, z) = (x - 3y + 5z, -x + 4y - z)$.

Questão 3: Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ um operador linear dado por $T(x, y, z) = (x + 2y + z, 3y + z, -z)$.

- (a) (1,0 ponto) Determine $[T]$.
- (b) (1,0 ponto) Determine o polinômio característico de T .
- (c) (1,5 pontos) Determine, caso existam, os autovalores de T .
- (d) (1,5 pontos) Determine, caso existam, os autovetores de T .
- (e) (1,0 ponto) T é diagonalizável? Se sim, exiba uma base α de \mathbb{R}^3 formada por autovetores e $[T]_{\alpha}^{\alpha}$.

Questão extra:

- (a) (0,5 pontos) O que é uma transformação linear? E operador linear?
- (b) (0,5 pontos) Defina transformação linear injetora e transformação linear sobrejetora.
- (c) (0,5 pontos) O que é um isomorfismos de espaços vetoriais?
- (d) (0,5 pontos) Enuncie o Teorema do Núcleo e da Imagem.
- (e) (0,5 pontos) O que significa dizer que um operador linear é diagonalizável?

BOA PROVA!